Hubble 定律与相对论

姚乾凯 [1,2,3]

(1.中国科技大学天体物理中心；2.郑州大学物理工程学院；3.河南工业大学理学院)

摘要：基于对 Hubble 定律的重新评价，以及对空间与运动的当量分析，本文给出更具包容性的 Lorentz 变换，并为因果律补充新的内容。

关键词：Hubble 定律；位速当量；全速度 Lorentz 变换；强因果律

1. 引 言

除相对性原理与光速不变原理之外，在Einstein(类速)相对论中，还暗含三个默认的空间均匀各向同性，无记忆性(尺子和时钟的外在特性仅是当前状态的函数)以及同步性(同一参照系中的时钟处处同步)假设[1]。据此，类速相对论确立了其保持运动定律不变的理论形式，但无法包容Hubble发现的电磁传播定律[2]。关于这个定律，一种流行的观点是将其归因于Doppler频移机制[3]，以致存在退行关系 $\upsilon_{\mathrm{H}}=Hr$，其中 H 为Hubble常数，并可定义Hubble时间 $\Omega=H^{-1}$ 与半径 $\Re=c\Omega$。

物理上，Hubble的发现明确指向某种与时空本性相关的不变定律，因而需要接受相对论变换的检验。对此，本文重新评价认为，Hubble频移不仅是电磁作用的短程表征，还是重塑运动空间的决定因素。随后，对惯性定义的Hubble修正，将直接促成Lorentz变换的优化与伪Minkowski(闵氏)空间的构建。

2. 重电磁场方程

2.1 Hubble 定律与空间膨胀

说到空间膨胀，它不是出自某一自然原理的逻辑必然，而是 Doppler 机制意图为 Hubble 频移提供物理解释的技术前提。为了检验这个前提，首先需要一把能够在膨胀空间严格保持自身固有长度的刚性标尺，然后去间歇测量两个空间共动点的间距并加以比较。但这显然有悖于相对性原理(包括无记忆假说)，因为按照该原理，观测具有完全的个人或经验特征，故而不允许观测者探知其所在系统的外在属性，正如 Lorentz 收缩不能被自我探测一样。

更何况，就Hubble定律而言，其确立的退行关系本身已明显失去了Lorentz变换不变性，即有

$$\frac{u+\upsilon_{\mathrm{H}}}{1+\beta_u\beta_{\upsilon_{\mathrm{H}}}}=H\gamma_u(r+\Omega u)\,,\qquad \beta_u=\frac{u}{c}$$

这里，γ_u 为Lorentz因子。除非 $c\to\infty$，否则观测者似乎可以通过光子频移来推断一个参照系的运动状态。可是，$c\to\infty$ 意味着什么呢？它意味着弹性介质对源振动的同步响应，以致无法激起需要由相位差支持的行波。因此从这种意义上说，超距作用与波物理并不相容。尤其当 $c\to\infty$ 时，退化的Maxwell方程没有波动解的事实更能说明这一点。

其结果，无论怎样看待 Hubble 频移，人们能够从中明确得出的唯一结论是，光子在运动中会不断失去常规能量，并因为失去能量而仅能将电磁作用传递到有限距离 $\Re_{\mathrm{e}}$。果真如此，这个具有力程意义的距离也必然会像光速 c 一样，被确认为相对论常数。

2.2 Maxwell 方程的扩展形式

一旦视 Hubble 定律为电磁作用的短程表征[4]，结果需要引入附加矢量与标量场 $(\boldsymbol{\mathcal{B}},\mathcal{E})$，并进而将 Maxwell 方程扩展到以 $\xi(=\Re_{\mathrm{e}}\phi)$ 为附加维度的广义闵氏空间（$\xi^n=(-ct,\xi,\zeta,\varsigma,\xi)$，$n=0,1,2,3,4$），也即

$$\begin{cases}\text{(i)}\ \nabla\cdot\boldsymbol{E}+\dfrac{1}{\Re_{\mathrm{e}}}\dfrac{\partial\mathcal{E}}{\partial\phi}=\rho_{\mathrm{e}}, & \text{(ii)}\ \nabla\times\boldsymbol{E}+\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\boldsymbol{\mathcal{B}}}{\partial t}=0\\ \text{(iii)}\ \nabla\cdot\boldsymbol{B}=0, & \text{(iv)}\ \nabla\times\boldsymbol{B}+\dfrac{1}{\Re_{\mathrm{e}}}\dfrac{\partial\boldsymbol{\mathcal{B}}}{\partial\phi}-\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}=\dfrac{\boldsymbol{j}}{c}\\ \text{(v)}\ -\nabla\cdot\boldsymbol{\mathcal{B}}-\dfrac{1}{c}\dfrac{\mathcal{E}}{\partial t}=\dfrac{\mathcal{j}}{c}, & \text{(vi)}\ \nabla\times\boldsymbol{\mathcal{B}}+\dfrac{1}{\Re_{\mathrm{e}}}\dfrac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial\phi}=0\\ \text{(vii)}\ \nabla\mathcal{E}-\dfrac{1}{\Re_{\mathrm{e}}}\dfrac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial\phi}+\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}=0 & \end{cases}\qquad(1)$$

在拥有复杂结构的重电磁场方程背后，是超出 Maxwell 理论边界的多重电磁感应：

1)变化的磁场与附加标量场分别产生涡旋电场和附加矢量场(见(ii)和(v))；

2)变化的电场产生涡旋磁场和附加矢量场(见(iv))；

3)变化的附加矢量场产生附加标量场和电场(见(vii))。

按常规程式，重电磁场还可以由电磁势 $(\varphi_{\mathrm{e}},\boldsymbol{A},\mathcal{A})$ 表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{E} = -\nabla\varphi_{\mathrm{e}} - \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}, & \boldsymbol{B} = \nabla\times\boldsymbol{A} \\ \not{E} = -\dfrac{1}{\Re_{\mathrm{e}}}\dfrac{\partial \varphi_{\mathrm{e}}}{\partial \phi} - \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \not{A}}{\partial t}, & \not{B} = \nabla \not{A} - \dfrac{1}{\Re_{\mathrm{e}}}\dfrac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial \phi} \end{cases}$$

于是，存在广义流 $\vec{j} = (\boldsymbol{j}, \not{j})$ 守恒方程

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0\,, \quad \vec{\nabla} = \nabla + \frac{1}{\Re_{\mathrm{e}}}\frac{\partial}{\partial \phi}$$

以及Lorentz规范条件 $\partial_n A^n = 0$。

相应地，对于重电磁场方程，能使之保持不变的 Lorentz 变换也随即变作

$$\xi^n = \alpha_l^n(\gamma_u)\xi'^l\,, \qquad \alpha_l^n = \begin{bmatrix} \gamma_u & \beta_u\gamma_u & 0 \\ \beta_u\gamma_u & \gamma_u & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \qquad (2)$$

然而，尽管维度上的增加的确可以让上述变换接纳那个由 Hubble 定律建议的电磁作用力方程，但无法包容这个频移定律本身。

2.3 重电磁波解

容易证明，重电磁场方程既具有规范不变性，又能给出如下真空行波解

$$A^n = A_0^n \mathrm{e}^{ik_l\xi^l}\,, \quad k_l = \left(\frac{\omega}{c}, \boldsymbol{k}, \frac{\not{k}}{\Re}\right), \quad \not{k} = \frac{2\pi}{2\pi}$$

其中，波矢附加分量 $\not{k}$ 决定了重光子的群速度与相速度

$$c_g = c\left(1 - \frac{c^2\not{k}^2}{\omega^2\Re^2}\right)^{1/2}, \qquad c_p = c\left(1 - \frac{c^2\not{k}^2}{\omega^2\Re^2}\right)^{-1/2}$$

不仅如此，方程(1)也完全支持第三电磁偏振态，故而存在 S 波与 P 波场

$$\begin{cases} \boldsymbol{E}_{\mathrm{S}} = \dfrac{i\omega}{c}\boldsymbol{A}_{\mathrm{S}}, \quad \boldsymbol{B}_{\mathrm{S}} = i\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{A}_{\mathrm{S}}, \quad \not{B}_{\mathrm{S}} = -\dfrac{i\not{k}}{\Re}\boldsymbol{A}_{\mathrm{S}} \\ \boldsymbol{E}_{\mathrm{P}} = \dfrac{ic\not{k}^2}{\omega\Re^2}\boldsymbol{A}_{\mathrm{P}}, \; \not{E}_{\mathrm{P}} = -\dfrac{ic\not{k}}{\omega\Re}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{A}_{\mathrm{P}}, \; \not{B}_{\mathrm{P}} = -\dfrac{i\not{k}}{\Re}\boldsymbol{A}_{\mathrm{P}} \end{cases}$$

对应着能流密度 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{S}} = c\boldsymbol{E}_{\mathrm{S}}\times\boldsymbol{B}_{\mathrm{S}}$， $\boldsymbol{J}_{\mathrm{P}} = c\not{E}_{\mathrm{P}}\not{B}_{\mathrm{P}}$。

3. Hubble 定律的物理地位

3.1 类空 Lorentz 变换

此时，如果设想有人比认识光速极限更早地测出Hubble频移关系，他首先会将其推举到公理位置；继而再提出假设认为，空间极限深度是一个由无限红移 Z 定义的自然常数，直至最终完成如下物理对标

$$r = \Re\frac{(1+Z)^2 - 1}{(1+Z)^2 + 1}\bigg|_{Z\to\infty} \to \Re = \Re_{\mathrm{e}}$$

并且，这种对标还必然要求一个以无限红移为可视边界的伪欧氏空间 $(\boldsymbol{r}, \not{r}(=\sqrt{\Re^2 - r^2}))$，以致不同观测者定义的位置需要由类空 Lorentz 变换(称类空相对论)相联系

$$\tilde{r}^n = \alpha_l^n(\gamma_{r_0})\tilde{r}'^l\,, \quad \tilde{r}'^n = \gamma_{r'}(-\Re, \boldsymbol{r}', \not{r}') \qquad (3)$$

或写作

$$\begin{cases} r_{/\!/} = \dfrac{r_0 + r'_{/\!/}}{1 + \beta_{r_0}\beta_{r'_{/\!/}}}, & r_\perp = \dfrac{r'_\perp}{\gamma_{r_0}(1 + \beta_{r_0}\beta_{r'_{/\!/}})} \\ \not{r} = \dfrac{\not{r}'}{\gamma_{r_0}(1 + \beta_{r_0}\beta_{r'_{/\!/}})}, & \not{r}' = \sqrt{\Re^2 - r'^2} \end{cases} \qquad (4)$$

可见，只要粒子相距某观测者 $r \le \Re$，那么在任何其他观测者看来都是如此。唯有足够接近，才能恢复到常规加法 $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 + \boldsymbol{r}'$。

可是，如果空间有限，它的边界会在哪里？答案就在观测者本人无法到达的视界位置。至于如何看待视界“外部”，可以参考类速相对论对“超光速世界”的安排。简而言之，这所谓的“外部”，既不可以测量，也不带来任何效应，因而没有任何物理意义。

问题在于，无论类速还是类空相对论都无法完善描述电磁运动；如前者导不出频移效应，而后者缺乏对速度的制约。因此，要摆脱困境，就必须重塑相对论空间，以便让Hubble频移成为光子天然的惯性运动特征。

3.2 距离与退行

在类速相对论中，观测者的运动变化 Δu 会给目标粒子带来一个速度增量

$$\Delta\upsilon = \gamma_\upsilon^{-2}\Delta u\,|_{\upsilon\to c} \to 0$$

但提速效率会逐渐降低。由此表明，仅仅通过有限次加速根本无法达到速度极限，从而在物理上排除了超光速运动的可能。

同样，作为空间求和法则，变换(3)不允许通过有限次转移将粒子输送到极限距离

$$\Delta r = \gamma_r^{-2}\Delta r_0\,|_{r\to\Re} \to 0$$

这实际上要求，观测者不得在视界之外设置或定义坐标，因为即便设定也根本无法操作。

上述分析并结合表1中距离与退行的等价表现，无疑会鼓励我们做出判断，纵使光源没有退行，也依然能够辐射Hubble光子。这意味着，υ_{H} 仅仅代表一种不产生任何位移的虚速度，其运动意义在于光子频移总可以通过对应速率的退行运动而等效地再现出来。这种等效性为Hubble常数的位速当量解释，提供了逻辑基础。

表 1 距离与退行的等价表现。

指标	距离 r	退行速度 $\upsilon_{\rm rec}$
绝对值	不可测量	不可测量
极限	$\Re$	c
频移定律	$1+Z=\sqrt{\frac{1+\beta_r}{1-\beta_r}}$	$1+Z=\sqrt{\frac{1+\beta_{\upsilon_{\rm rec}}}{1-\beta_{\upsilon_{\rm rec}}}}$

4. 全速度Lorentz变换

4.1 对Einstein假设的再表述

在经典物理中，惯性被表述为自由粒子总是沿直线以恒速度(频率)运动，或等价改述为其相对某动体的速度与该动体速度之和保持不变。此时，作为对如上改述的套用，则有自由粒子穿过其所在位置的位移速度(即过点速度) $\boldsymbol{\upsilon}_{\rm D}$ 与相应位置处的Hubble速度之和——全速度保持不变

$$\boldsymbol{\upsilon}_{\rm F}=\boldsymbol{\upsilon}_{\rm D}+H\boldsymbol{r}=\text{恒矢量}$$

该惯性运动式以速度与位置间的对等转换，将 Hubble 常数 H 解释为位速当量[4]。

表面上，处处发生的运动似乎与位置无关，但位速当量将两者融合成一个概念。这个概念以其凸显的 Hubble 常数在时空与运动关联中的纽带作用，而直接达成惯性参照的判定标准，强调只有以恒定全速度相对自由粒子运动的参照系，才可以视为惯性系。

据此，本文将 Einstein 假设重述为：

相对性原理 物理定律(含Hubble定律)在所有惯性系中都相同，以致无法借助任何实验来揭示绝对位置或绝对运动。

光速不变原理 在所有惯性系中，光的全速度极限为常数 c。这个常数包含着自然对时空流形的制约方式，是构建更紧致运动空间的内生机制。

遵从上述假设，任何发生的事件都应当被观测覆盖，而不能处于绝对失察的物理盲区。因为只有观测覆盖的，才是可以证实的；只有可以证实，才具备存在的物质基础。由此，导致的相对论变换是全速度Lorentz坐标变换(称全速度相对论)

$$\tilde{r}^{n}=\alpha_{l}^{n}(\gamma_{u_{\rm F}})\tilde{r}'^{l},\quad \tilde{r}'^{l}=(-c\tilde{t}',\gamma_r\boldsymbol{r}',\Re\tilde{\phi}')\qquad(5)$$

以及速度变换

$$\begin{cases}\upsilon_{{\rm F}/\!/}=\dfrac{u_{\rm F}+\upsilon'_{{\rm F}/\!/}}{1+\beta_{u_{\rm F}}\beta_{\upsilon'_{{\rm F}/\!/}}}, & \upsilon_{{\rm F}\perp}=\dfrac{\upsilon'_{{\rm F}\perp}}{\gamma_{u_{\rm F}}(1+\beta_{u_{\rm F}}\beta_{\upsilon'_{{\rm F}/\!/}})}\\ \vartheta_{\rm F}=\dfrac{\vartheta'_{\rm F}}{\gamma_{u_{\rm F}}(1+\beta_{u_{\rm F}}\beta_{\upsilon'_{{\rm F}/\!/}})}, & \vartheta'_{\rm F}=\sqrt{c^2-\upsilon'^2_{\rm F}}\end{cases}\qquad(6)$$

这里，$\tilde{t}'=\gamma_r r'/\upsilon'_{\rm F}$，$\tilde{\phi}'=\sqrt{1-\beta^2_{\upsilon'_{\rm F}}}H\tilde{t}'$，并伴随广义Hubble关系

$$\dot{\tilde{r}}^{n}=(-c,\boldsymbol{\upsilon}_{\rm F},\vartheta_{\rm F})=H(-\Re,\boldsymbol{r}_{\rm F},\tilde{r}_{\rm F}),\qquad \boldsymbol{r}_{\rm F}=\Omega\boldsymbol{\upsilon}_{\rm F}$$

$\boldsymbol{r}_{\rm F}$ 表示粒子可最终到达的全位置。

在静态条件下，变换(6)将变为(4)式，乃至以回视时间 $\tau'=r'/c$ 替代距离后得到

$$\tau=\frac{\tau_0+\tau'}{1+\beta_{\tau_0}\beta_{\tau'}}$$

这样一来，尽管时间在不断流逝，但对它的历史回视却不会超过 Ω，从而为伪闵氏空间 $(c\Omega,\boldsymbol{r}_{\rm F},\tilde{r}_{\rm F})$ 标识出一个绝对的时间起点。

4.2 时间延滞与长度收缩

要揭示类空效应，首先可以比较光子在光臂 L_0 内完成往返的本地时长 T_0，与 r 距离上横向测得的时长 T，结果导致时间延滞

$$T=\frac{2L_0}{c_D}=\gamma_r T_0,\qquad c_{\rm D}=\frac{c_g}{\gamma_r}\qquad(7)$$

当然，这种延滞也是造成Hubble频移的物理根源。毕竟，要确保视界不被超越，光子必须在远距离处减缓运动，而唯有时间膨胀才能填补由此带来的时间间隙。

其次，如果沿纵向观测，则有

$$T=\frac{L}{c_{{\rm D}_+}}+\frac{L}{c_{{\rm D}_-}},\qquad c_{{\rm D}_\pm}=\frac{c_g\pm Hr}{1\pm\beta_r\beta_{c_g}}\mp Hr$$

进而给出尺度收缩

$$L=L_0\sqrt{1-\beta_r^2}\qquad(8)$$

并且，作为出自全速度Lorentz变换的效应，该类空收缩还必然是任何距离求和能始终被Hubble半径容纳的规则保证。

4.3 强因果律

考虑 S' 系中以速度 $\upsilon'_{\rm inf}\,(\le c)$ 相联系的事件对 $P_1(0,0)$ 和 $P_2(0+{\rm d}\tilde{r}',0+{\rm d}\tilde{t}')$，其时间间隔在相距 r 的 S 中可写作

$${\rm d}\tilde{t}=\gamma_r\left(1-\frac{r\upsilon'_{\rm inf}}{\Re c}\right){\rm d}\tilde{t}'\ge 0$$

可见，要保持时序不变，必须让 $r\le\Re$。

据此，需要特别重申强因果律的三层绝对含义：

1)逻辑性——因先于果，因果不可分割；

2)完备性——任何事件都不得被视界隔绝，以致物理上永远无法观测或描述；

3)可追溯性——任何给定事件总可以在有限时空范围内追踪到其发生原因，因为任

何需要无限追踪的原因天然就不具有逻辑上的操作性。

显然，全速度Lorentz变换完全符合上述要求，它既能确保因果链的连续性与可追溯性，又能达成对空间的全覆盖。换言之，它不是特别针对局部平直空间的优越变换，而是尽可以在全空域有效执行的广泛变换。

4.4 时间与空间跨度

假定 S'' 中两个事件的时间与空间间隔分别为 $\Delta\tilde{r}''=0$ 和 $\Delta\tilde{t}''=T_0$，则在 S 中应有

$$\Delta\tilde{r}=\frac{(u+Hr_0)T_0}{\sqrt{(1-\beta_u^2)(1-\beta_{r_0}^2)}}\,,\quad \Delta\tilde{t}=\frac{(1+\beta_u\beta_{r_0})T_0}{\sqrt{(1-\beta_u^2)(1-\beta_{r_0}^2)}}$$

这里，S 以速度 u 相对 S' 运动，而 S' 相距 S'' 为 r_0。于是，利用(5)式不难得到

$$T=\frac{\Delta r}{\Delta\tilde{r}}\Delta\tilde{t}=\frac{(1+\beta_u\beta_{r_0})T_0}{\sqrt{(1-\beta_u^2)(1-\beta_{r_0}^2)+(\beta_u+\beta_{r_0})^2(HT_0)^2}}$$
$$=\begin{cases}\gamma_u T_0, & T_0<<\Omega,\quad r_0=0\\ \gamma_{r_0}T_0, & T_0<<\Omega,\quad u=0\\ \Omega, & T_0\to\Omega\ \text{ or }\ u\to c\ \text{ or }\ r_0\to\Re\end{cases}$$

当 $T_0<<\Omega$ 与 $r_0=0\,(u=0)$ 时，结果会恢复到类速(类空)时间延滞。一旦 $T_0\to\Omega$，$u\to c$ 和 $r_0\to\Re$ 有任一条件得到满足，则给出 $T\to\Omega$，与时间跨度不得超过 Ω 的规则要求一致。

同样，对于 S'' 中的长度 L_0，其在 S 中的Lorentz收缩可以写作

$$\tilde{r}=\gamma_{L_0}L_0\sqrt{1-\frac{(\beta_u+\beta_{r_0})^2}{(1+\beta_u\beta_{r_0})^2}}$$

对应着实测长度

$$L=\frac{\tilde{r}}{\sqrt{1+\beta_{\tilde{r}}^2}}=\frac{L_0\sqrt{(1-\beta_u^2)(1-\beta_{r_0}^2)}}{\sqrt{(1+\beta_u\beta_{r_0})^2-(\beta_u+\beta_{r_0})^2\beta_{L_0}^2}}$$
$$=\begin{cases}L_0\sqrt{1-\beta_u^2}, & L_0<<\Re,\quad r_0=0\\ L_0\sqrt{1-\beta_{r_0}^2}, & L_0<<\Re,\quad u=0\\ \Re, & L_0\to\Re\end{cases}$$

式中，不仅呈现出两类尺度收缩效应，还有对深度极限规则 $L\le\Re$ 的兼顾，从而让观测者拥有一个共同的物理视界。

4.5 时空图

无论时间如何流逝，它留下的历史却总是有限的。图 1 给出了以实测过去时 T 和数学将来时 t 为公共轴的伪闵氏时空图。该图被现在线分为开放的将来部分与封闭的过去部分。其中，粒子将要描绘的和已固化为历史的轨迹统称世界线，即有

$$r=\upsilon_{\rm F}\Omega(1-{\rm e}^{-Ht})\,,\qquad r=\upsilon_{\rm F}T$$

据此，可以给出有违反演对称性的转换关系

$$T=\Omega(1-{\rm e}^{-Ht})$$

称作历史回视效应。只有当 $t<<\Omega$ 时，流逝的数学时间才会留下等长的历史，也即 $T=t$。

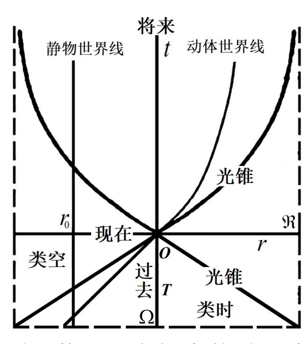


图1 伪闵氏空间中的世界线与光锥。

若 $\upsilon_{\rm F}\to c$，世界线将趋于光锥，锥内所有可能影响事件 O (被 O 影响)的事件构成绝对过去(将来)。并且，随着时间演进，任何发生的事件终将落入向下的光锥，直至沉积到深度为 Ω 的锥底。表2给出几种相对论的比较。当然，也正是基于这种比较才可以说，时空一体并与物质及其运动密切相关。

表 2 不同相对论形式的比较

相对论	局部低速	类空	类速	全速度
运动空间	欧氏	伪欧氏	闵氏	伪闵氏
工作变换	Galileo	类空 Lorentz	类速 Lorentz	全速度 Lorentz
空域	$r<<\Re$	$0\le r\le\Re$	$r<<\Re$	$0\le r\le\Re$
速域	$\upsilon<<c$	$\upsilon<<c$	$0\le\upsilon\le c$	$0\le\upsilon\le c$
时间起点	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\Omega$
因果律	失效	失效	有效	强因果律
频移定律	$1+Z=1$	$1+Z=1$	$1+Z=1$	$1+Z=\gamma_r(1+\beta_r)$

5. 伪闵氏宇宙

5.1 伪闵氏度规

膨胀模型将宇宙视为，具有不可考察冗余自由度的高维空间中的一个子空间，从而使之成为受外在几何制约的非完全自主系统。然而，有关宇宙包容一切的定义本身，则无疑是对其绝对孤立性的实际默认。这种绝对孤立性决定了宇宙只能自己解释自己，而不能试图在可感知的维度之外寻求原因。

为此，本文将全速度关系 $0=-c^2+\upsilon_{\rm F}^2+\vartheta_{\rm F}^2$ 改写成伪闵氏度规

$$\begin{aligned}{\rm d}s^2=&-c^2(1-\beta_r^2){\rm d}t^2+2Hr{\rm d}r{\rm d}t+{\rm d}r^2\\&+r^2({\rm d}\theta^2+\sin^2\theta{\rm d}\varphi^2)+{\rm d}\xi^2\end{aligned}\qquad(9)$$

重要的是，作为全速度运动自然衍生的产物，

伪闵氏度规描绘出一幅有界且绝对孤立，并由Einstein方程主导的静态宇宙图景[4]。在这幅宇宙图景中，能够为相对论有效工作的变换是全速度Lorentz变换，而粒子运动需要遵从测地线方程

$$\frac{d^2 r^n}{ds^2} + \Gamma^n_{lk} \frac{dr^l}{ds} \frac{dr^k}{ds} = 0 \qquad (10)$$

Γ^n_{lk} 为仿射联络。对于逃离光子 ω_0，有

$$\dot{r} + Hr = c\beta_0, \quad \beta_0 = \sqrt{1 - \frac{H^2}{\omega_0^2}}$$

其运动解为

$$r(t) = \Re\beta_0 (1 - e^{-Ht}) |^{\omega_0 \to \infty}_{t \to \infty} \to \Re$$

表明，光子可以无限接近但不能跨越视界。

在 $\beta_r << 1$ 的近距条件下，方程(10)将自然还原成经典加速形式

$$\frac{d^2 \boldsymbol{r}}{dt^2} = \frac{1}{2} \nabla_r v_H^2 = H^2 \boldsymbol{r}$$

该加速场总试图驱使宇宙系统向外扩张，但实际上会被引力抵消，故有 $H^2 \boldsymbol{r} = \nabla_r \Phi$。继而，借助Newton场方程 $\nabla_r^2 \Phi = 4\pi G \rho_m$ 得到

$$\Omega = \frac{\Re}{c} = \sqrt{\frac{3}{4\pi G \rho_m}} \qquad (11)$$

从中，不仅可以看出时空($\Omega, \Re$)，物质(ρ_m)与运动(c)的高度统一，同时又能凸显引力作用(G)在宇宙中的主导地位。

5.2 宇宙背景辐射

由于射向视界的光子不会受到反射，使得整个宇宙成为一个巨大的黑体腔。这样，如果假定由Rydberg常数 R_∞ 定义的原子发射率(相对电子能量 $m_e c^2$)具有普遍意义，乃至代表背景辐射 u_γ 在空间能量中的占比，即

$$\frac{u_\gamma}{\rho_m c^2} = \frac{\hbar\omega_\infty}{m_e c^2} = \frac{\alpha^2}{2}, \quad \omega_\infty = 2\pi R_\infty c$$

结果容易计算宇宙背景辐射温度

$$T_b = \left(\frac{\rho_m \alpha^2 c^3}{8\sigma} \right)^{1/4} \qquad (12)$$

α，σ 为精细结构与Stefan常数。
当然，作为目前唯一能准确测量的宇宙学参量，背景温度也完全可以看作宇宙的特征指标，进而用于表达其他参量。例如，联立方程(11)和(12)可以推知

$$H = \sqrt{\frac{32\pi G\sigma}{3\alpha^2 c^3}} T_b^2 \Big|_{T_b = 2.726K} = 68.17 km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}$$

与Planck卫星观测结果 $67.80 \pm 0.77 km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}$ 一致[5]。

6. 结 论

总结说来，物理学对运动如何产生位移有着严格描述，但从未逆向讨论过有关位移能否带来运动效应的问题。对此，Hubble 定律给出了肯定回答，同时也为相对论空间的构建提供了内生机制。特别地，只要认可 Hubble 的发现，就必须接受可探空间为有限深度的事实。而既为有限深度，就必然会被判定为相对论常数，并且还必然要求一个能够容纳该常数，以致可以直接面向整个宇宙空间的 Lorentz 变换。关键在于，除此之外似乎不存在第二种选择。

参考文献：

[1] Einstein A. On the electrodynamics of moving bodies[J]. Annalen der Physik, 1905, 17: 891-921.

[2] Hubble E.P. Data for 24 galaxies shows a correlation between distance and radial velocity[J]. Proceedings of the national academy of sciences USA, 1929, 15: 168-173.

[3] Weinberg S. Gravitation and cosmology[M]. John Wiley & Sons, 1972.

[4] Yao Q. Hubble constant can be interpreted as velocity equivalent of position. 中国科学院科技论文预发布平台(2023). [ChinaXiv:202309.00145]

[5] Ade P. A. R. and Aghanim N. et. al. Planck2013 results. I. Overview of products and scientific results[J]. Astronomy & Astrophysics, 2014, 571: A1-49.